

Estymacja parametrów – przykłady i zadania

1. Przeprowadzono badanie firm transportowych. Na podstawie zebranych danych, oszacuj zależność pomiędzy ilością posiadanych samochodów ciężarowych (x) a rocznymi zyskami przedsiębiorstwa w tysiącach złotych (y). [Czy wiesz dlaczego w tym modelu zyski są zmienną endogeniczną, a ilość samochodów - egzogeniczną? Mam nadzieję, że tak...]

Nr obserwacji	1	2	3	4	5
x	1	2	4	5	8
y	300	450	750	900	2400

Źródło: dane umowne.

Rozwiązanie:

Macierze do wzoru na KMNK przedstawiają się następująco:

$$Y = \begin{bmatrix} 300 \\ 450 \\ 750 \\ 900 \\ 2400 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 4 \\ 1 & 5 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$X^T X = \begin{bmatrix} \sum 1 & \sum x \\ \sum x & \sum x^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 20 \\ 20 & 110 \end{bmatrix}$$

Wyznacznik macierzy $X^T X$ jest równy 150, a więc możemy policzyć macierz odwrotną.

$$(X^T X)^{-1} = \frac{1}{150} \begin{bmatrix} 110 & -20 \\ -20 & 5 \end{bmatrix}$$

Kolejny element niezbędny do obliczenia parametrów wygląda następująco:

$$X^T Y = \begin{bmatrix} \sum y \\ \sum y \cdot x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4800 \\ 27900 \end{bmatrix}$$

c.d. samodzielnie...

Poprawny wynik: wektor $\begin{bmatrix} -200 \\ 290 \end{bmatrix}$.

W pierwszej kolumnie macierzy X były jedynki, reprezentujące wyraz wolny, a zatem wyraz wolny został oszacowany na poziomie -200.

Analogicznie, jako drugi w otrzymanym wektorze jest współczynnik przy zmiennej x który został oszacowany na poziomie 290.

Czyli równanie po oszacowaniu parametrów przyjmuje postać: $\hat{y} = -200 + 290x$